

Universidad de Chile
Facultad de Ciencias
Departamento de Física

Mecánica II
Ciencias Exactas

Profesor : Eduardo Menéndez
Ayudantes : Gabriela Roman
Paula Silva

Guía N° 6

Continuación Movimiento Oscilatorio

6 de agosto de 2009

1. Un resorte de constante de fuerza $k = 100$ N/m cuelga verticalmente de un soporte. En su extremo inferior (que se encuentra a una distancia l_0 del techo) se engancha una masa de 0,5 kg, que luego (en el instante $t = 0$) se suelta, desde el reposo. La masa comenzará a oscilar en torno a un nuevo punto de equilibrio x_0 . (a) Encuentre el nuevo punto de equilibrio x_0 . (b) ¿Con qué periodo oscilará la masa m alrededor de x_0 ? (c) Encuentre la energía cinética y el potencial en función del tiempo. (Especifique claramente los orígenes usados para especificar las energías potenciales.) (d) Encuentre la velocidad máxima que llegará a tener la masa m mientras oscila.
2. Se cuelga una masa M de un resorte y se pone en movimiento oscilatorio vertical, con una amplitud de 7 cm. La frecuencia de las oscilaciones es de 4 Hz. Al llegar M a la posición más baja, se le coloca encima una pequeña piedrecita. Supongamos que la masa de la piedrecita es tan pequeña que no tiene mayor efecto sobre la oscilación. (a) ¿A qué distancia por encima de la posición de equilibrio perderá contacto la piedrecita con la masa M ? (b) ¿Cuál es la velocidad de la piedrecita cuando se separa de la masa M ?
3. Muestre que la razón de cambio temporal de energía mecánica para un oscilador amortiguado no forzado está dada por $\frac{dE}{dt} = -bv^2$ y por lo tanto es siempre negativa.
4. Un péndulo con un largo de 1,00 m es liberado desde un ángulo inicial de $15,0^\circ$. Después de 1000 s, su amplitud se reduce por fricción a $5,50^\circ$. ¿Cuál es el valor de $b/2m$?
5. Una masa $m = 0,5$ kg, después de caer una distancia $h = 5$ m, se adosa a un resorte (largo) de constante $k = 2$ kg/s². El sistema resultante viene gobernado por la ecuación de movimiento

$$\ddot{z}(t) + \omega_0^2 z(t) + 2\omega_0 \dot{z}(t) = 0$$

o sea, corresponde a un oscilador armónico amortiguado crítico. La magnitud $z(t)$ mide la posición de la masa m respecto al punto de equilibrio y $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ es la frecuencia natural del sistema. La solución general está dada por la relación

$$z(t) = (A + Bt)e^{-\omega_0 t}$$

donde A y B son constantes que se ajustan con las condiciones iniciales. (Para los cálculos numéricos que siguen, use para la aceleración de gravedad el valor $g = 10$ m/s²). (a) Determine A y B usando las condiciones iniciales. (b) Sea t_0 el instante en que el resorte tiene su máxima compresión. Evalúe t_0 . (Elija el cero del tiempo en el instante en que la masa colisiona con el resorte). (c) Haga un gráfico esquemático de la función $z(t)$. (d) ¿Cuál será la energía total disipada por el amortiguador?

6. Encuentra los valores límites de la amplitud y la fase de un oscilador forzado amortiguado cuando (a) ω_f es mucho más pequeño que ω_0 , y (b) ω_f es mucho más grande que ω_0 . Determine los factores dominantes en cada caso.
7. Verifica que para las oscilaciones forzadas de un oscilador amortiguado, la potencia promedio de la fuerza aplicada es igual a la potencia promedio disipada por la fuerza amortiguadora.
8. Con la cabecera de su cuna húmeda debido a la dentición, una bebé se divierte en el día rebotando de arriba a abajo en dicha cuna. Su masa es 12,5 kg, y el colchón de la cuna puede ser modelado como un resorte liviano con constante de fuerza 4,30 kN/m. (a) La bebé pronto aprende a rebotar con máxima amplitud y mínimo esfuerzo doblando sus rodillas, ¿a qué frecuencia? (b) Ella aprende a usar el colchón como un trampolín, perdiendo el contacto con él en parte de cada ciclo, cuando su amplitud excede ¿qué valor?
9. Un gran bloque P ejecuta un movimiento armónico simple horizontal mientras resbala sobre una superficie sin fricción con una frecuencia f . El bloque B descanza sobre éste como se muestra en la figura ??, y el coeficiente de fricción estática es μ_s . ¿Qué amplitud máxima de oscilación puede tener el sistema si el bloque de arriba no resbala?

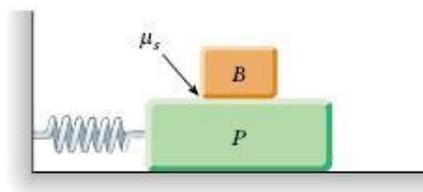


Figura 1: Bloque grande con M.A.S..

10. Un bloque de masa m es conectado a dos resortes de constantes de fuerza k_1 y k_2 como se muestra en la figura ?. En cada caso el bloque se mueve en una mesa sin fricción después de que es desplazado del equilibrio y posteriormente liberado. Muestra que en los dos casos el bloque presenta un movimiento armónico simple con periodos:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m(k_1 + k_2)}{k_1 k_2}}; \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k_1 + k_2}} \quad (1)$$

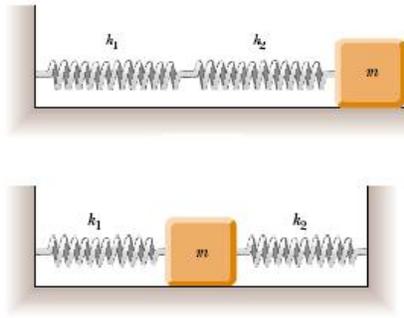


Figura 2: (a)(arriba) Un bloque conectado a dos resortes en serie. (b) (abajo) Un bloque entre dos resortes fijos.

11. Una masa de 2 kg oscila colgada de un resorte de constante de restitución $k = 400$ N/m. La constante de amortiguamiento es $\eta = 1$ s⁻¹. El sistema es forzado por una fuerza sinusoidal de amplitud $F_0 = 10$ N y frecuencia angular $\omega = 10$ rad/s. (a) ¿Cuál es la amplitud de las oscilaciones en el régimen estacionario?, (b) Si se varía la frecuencia de la fuerza impulsora, ¿a qué frecuencia se producirá la resonancia?, (c) Encuentre la amplitud de las vibraciones en la resonancia.