Mecánica Cuántica I, 2010

Eduardo Menéndez
Roberto Navarro

Universidad de Chile, Facultad de Ciencias,
Departamento de Física, Santiago, Chile

Guía 0

Marzo-Abril 2010

1. Calcule los coeficientes de transmisión $D(E)$ y reflexión $D(E)$ de una partícula que se mueve en el potencial $V(x)$, expresado por
$$V(x) = \begin{cases} 0, & \text{para } x < 0 \text{ o } x > a \\ V_0, & \text{para } 0 < x < a \end{cases} .$$
Analice los siguientes casos
   a) $V_0 > 0$
   b) $V_0 < 0$
   c) $V_0 \to \pm\infty$ y $a \to 0^+$, pero $V_0 a = \alpha$.

   Haga el gráfico aproximado de $D(E)$ y $R(E)$. Para qué valores de la energía se hace máximo el coeficiente de transmisión?

2. Calcule los coeficientes de transmisión y reflexión de una partícula que se mueve en el potencial
$$V(x) = \alpha\delta(x), \qquad \alpha > 0.$$
Haga el gráfico de $D(E)$ y $R(E)$ y saque sus conclusiones. Compare los resultados con el caso inciso (c) del problema 1.

3. Estudie la posibilidad de estados localizados en un potencial de la forma
$$V(x) = -\alpha\delta(x), \qquad \text{con } \alpha > 0.$$
Si existen esos estados encuentre los autovalores de la energía y las funciones de onda normalizadas. Además calcule: $\langle x \rangle$, $\langle \hat{p}_x \rangle$, $\langle (\Delta x)^2 \rangle$ y $\langle (\Delta \hat{p}_x)^2 \rangle$. Verifique el cumplimiento del teorema de oscilación y de la relación de incertidumbre de Heisenberg para $\Delta x \Delta p_x$.

4. Obtenga las energías y las funciones de onda normalizadas de los estados estacionarios de una partícula que se mueve en el potencial
$$V(x) = \begin{cases} 0 & \text{para } |x| < a/2 \\ \infty & \text{para } |x| > a/2 \; . \end{cases}$$
Calcule en cada uno de los estados: $\langle x \rangle$, $\langle \hat{p}_x \rangle$, $\langle (\Delta x)^2 \rangle$ y $\langle (\Delta \hat{p}_x)^2 \rangle$. Verifique el cumplimiento del teorema de oscilación y de la relación de incertidumbre de Heisenberg para $\Delta x \Delta p_x$. El operador de momento en la representacion de coordenadas es $\hat{p}_x = -i\hbar\partial/\partial x$.

5. Modelo de "molécula" unidimensional diatómica.
Haga un estudio del movimiento de una partícula que se mueve en el potencial
$$V(x) = -\alpha\delta(x + a/2) - \alpha\delta(x - a/2), \qquad \text{con } \alpha \text{ y } a \; > 0$$
Encuentre las condiciones de empalme. Discuta la simetría de la función de onda y grafíquela a partir de razonamientos qualitativos, sin hacer calculos. Luego, realice toda el álgebra necesaria y obtenga los niveles de energía discretos y las funciones de onda normalizadas. Discuta físicamente los resultados, haciendo un análisis detallado de los casos donde $a \to 0$ y $a \to \infty$.
Nota: Se llega a una ecuación trascendente que debe resolverse gráficamente.
Este problema se puede ver como el movimiento de un electrón entre dos átomos unidimensionales con atracción deltaica.