

Universidad de Chile
Facultad de Ciencias
Departamento de Física

Mecánica I

Guía Nº 11
Semana del 29 de Junio de 2008

Profesor: Eduardo Menendez¹
Ayudantes: Carolina Espinoza
Roberto Navarro²
Rodrigo Pedrasa

1. Dados $\mathbf{M} = 6\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ y $\mathbf{N} = 2\hat{i} - \hat{j} - 3\hat{k}$. Calcule el producto vectorial $\mathbf{M} \times \mathbf{N}$
2. Una estudiante dice que ella ha encontrado un vector \mathbf{A} tal que $(2\hat{i} - 3\hat{j} + 6\hat{k}) \times \mathbf{A} = (4\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k})$. ¿Cree usted ésta afirmación? Explique.
3. Dos fuerzas \mathbf{F}_1 y \mathbf{F}_2 actúan a lo largo de dos lados de un triángulo equilátero como se muestra en la Figura 1. El punto O está en la intersección de las alturas del triángulo. Encuentre una tercera fuerza \mathbf{F}_3 a aplicar en B y a lo largo de BC que haga cero el par de torsión total alrededor del punto O. ¿Qué pasa con el par de torsión total si \mathbf{F}_3 se aplica en cualquier otro punto a lo largo de BC?
4. Una barra rígida y ligera de 1,00 m de largo une dos partículas, con masas de 4,00 kg y 3,00 kg en sus extremos. La combinación gira en el plano xy alrededor de un pivote que pasa por el centro de la barra (Figura 2). Determine la cantidad de movimiento angular del sistema alrededor del origen cuando la rapidez de cada una de las partículas es 5,00 m/s.
5. El vector posición de una partícula de masa 2,00 kg está dado como función del tiempo por $r = (6,00\hat{i} + 5,00t\hat{j})$ m. Determine la cantidad de movimiento angular de la partícula alrededor del origen, como función del tiempo.
6. Una partícula de masa m se mueve en un círculo de radio R a una rapidez constante v , como se muestra en la Figura 3. Si el movimiento se inicia en el punto Q en el tiempo $t = 0$, determine la cantidad de movimiento angular de la partícula alrededor del punto P como función del tiempo.
7. Demuestre que la energía cinética de un cuerpo en rotación alrededor de un eje fijo con cantidad de movimiento angular $L = I\omega$ se puede escribir como $K = L^2/2I$
8. Big Ben (Figura 8), el reloj de la torre del edificio del parlamento de Londres, tiene manecillas de horas y minutos con longitudes de 2,70 m y 4,50 m, y masas de 60,0 kg y 100 kg respectivamente. Calcule la cantidad de movimiento angular total de éstas manecillas alrededor del punto central. Trate las manecillas como barras uniformes largas y delgadas.
9. Un cilindro con momento de inercia I_1 gira alrededor de un eje vertical, sin fricción, con rapidez angular de ω_i . Un segundo cilindro, que tiene momento de inercia I_2 y que inicialmente no gira, cae sobre el primer cilindro (Figura 4). Debido a la fricción entre las superficies, los dos finalmente alcanzan la misma rapidez angular ω_f .
 - a) Calcule ω_f .
 - b) Demuestre que la energía cinética del sistema disminuye en esta interacción y calcule la razón entre la energía rotacional final y la inicial.
10. Una mujer de 60,0 kg se pone en una plataforma horizontal que tiene un momento de inercia de 500 kg·m² y radio de 2,00 m. La plataforma está inicialmente en reposo y libre para girar alrededor de un eje vertical sin fricción que pasa por su centro. La mujer empieza entonces a caminar alrededor del borde en el sentido de las manecillas del reloj (vista desde arriba del sistema) a una rapidez constante de 1,50 m/s con respecto a la tierra.
 - a) ¿En qué dirección y con qué rapidez angular gira la plataforma?
 - b) ¿Cuánto trabajo realiza la mujer para ponerse en movimiento ella y la plataforma?

11. Una estación espacial en forma de rueda gigante tiene radio de 100 m y un momento de inercia de $5,00 \times 10^8 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$. Una tripulación de 150 viven en el borde, y la rotación de la estación hace que la tripulación experimente una aceleración aparente de caída libre de g (Figura 5). Cuando 100 personas se mueven al centro de la estación para efectuar una reunión, cambia la rapidez angular. ¿Qué aceleración aparente de caída libre experimentan los administradores que quedan en el borde? Suponga que la masa promedio de cada habitante es de 65,0 kg.
12. Una nave espacial esta en el espacio vacío. Lleva un giroscopio con un momento de Inercia de $I_g = 20,0 \text{ Kg}\cdot\text{m}^2$ alrededor del eje del giroscopio. El momento de inercia de la nave alrededor del mismo eje es $I_s = 5,00 \times 10^5 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$. Ni la nave ni el giroscopio están originalmente en rotación. El giroscopio puede ser energizado en un periodo insignificante a una rapidez angular de 100 s^{-1} . Si la orientación de la nave debe cambiarse en $30,0^\circ$, ¿Durante cuanto tiempo debe operarse el giroscopio?
13. El vector de cantidad de movimiento angular de un giroscopio de precesión barre un cono, como se ve en la Figura 7b). Su rapidez angular, llamada frecuencia de precesión, esta dada por $\omega_p = \tau/L$, donde τ es la magnitud del par de torsión en el giroscopio y L es la magnitud de su cantidad de movimiento angular. En el movimiento llamado precesión de los equinoccios (lento movimiento retrograda de puntos equinociales a lo largo de la elíptica), el eje de rotación de la tierra hace precesión alrededor de la perpendicular de su plano orbital con un periodo de $2,58 \times 10^4$ años. Modele la tierra como una esfera uniforme y calcule el par de torsión en la tierra que este causando esta precesión.
14. Un disco de masa m esta unido a un cordón que pasa por un pequeño agujero en una superficie horizontal sin fricción (Figura 6). El disco esta inicialmente girando en órbita con rapidez v_i en un círculo de radio r_i . El cordón se jala entonces lentamente desde abajo, reduciendo el radio del círculo a r .
 - a) ¿Cuál es la rapidez del disco cuando el radio es r ?
 - b) Encuentre la tensión en el cordón como función de r
 - c) ¿Cuánto trabajo W es realizado al mover m de r_i a r ? (Nota: La tensión $\dot{\phi} \frac{1}{2} n$ depende de r)
 - d) Obtenga valores numéricos para v , T y W cuando $r = 0,100 \text{ m}$, $m = 50,0 \text{ g}$, $r_i = 0,300 \text{ m}$ y $v_i = 1,50 \text{ m/s}$.

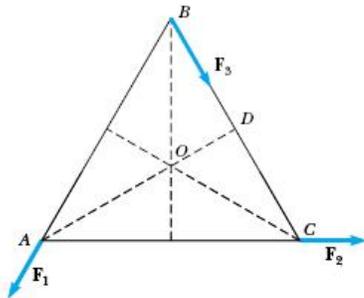


Figura 1: Fuerzas en los lados de un triángulo equilátero.

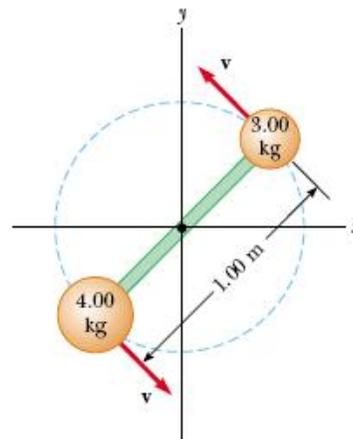


Figura 2: Barra rígida con partículas en sus extremos.

¹<http://macul.ciencias.uchile.cl/emenendez/docencia/mecanica-I/>

²<http://zeth.ciencias.uchile.cl/mavarro>

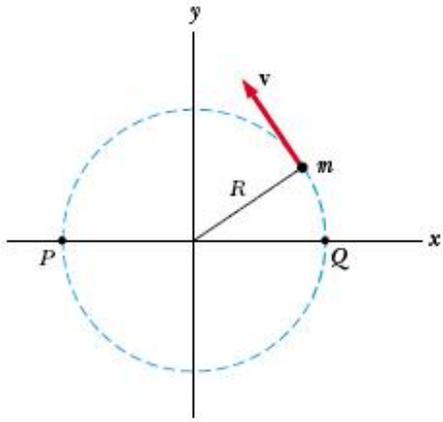


Figura 3: Partícula que se mueve en círculo de radio R .

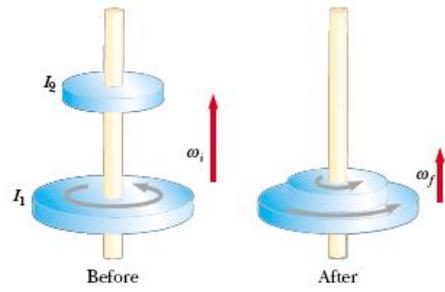


Figura 4: Cilindro que cae sobre otro.

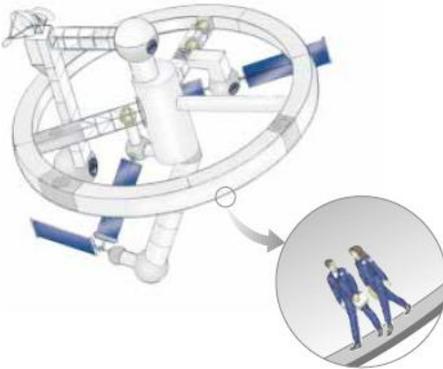


Figura 5: Estación espacial.

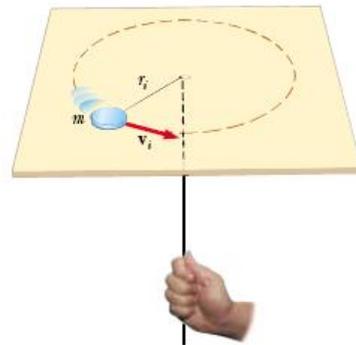


Figura 6: Disco Unido a un cordón jalado desde abajo.

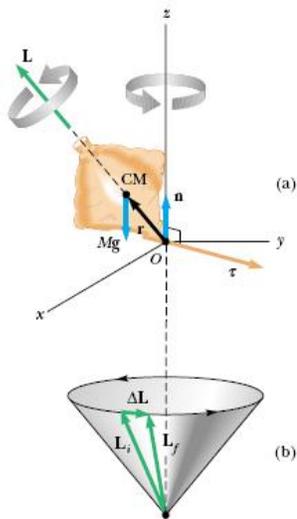


Figura 7: Cono hecho por el giroscopio al hacer precesión.



Figura 8: Reloj Big Ben.